|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **Место занятия в расписании** | **Тема** | **Цели** | **Задачи** | **Контрольные вопросы и задания** | **Д/з** |
| Дата | 02.11.21 | **Понятие производной и техника дифференцирования.** | Дидактическая | Повторить, обобщить и закрепить знания, умения и навыки по понятию производной элементарной и сложной функции, рассмотреть технику дифференцирования неявной функции и функции, заданной параметрически, начать формирование умений и навыков решения задач в рамках данной темы. | 1) Повторить, обобщить и закрепить знания, умения и навыки по понятию производной элементарной и сложной функции.2) Рассмотреть технику дифференцирования неявной функции и функции, заданной параметрически.3) Начать формирование умений и навыков решения задач в рамках данной темы. | 1) Как определяется производная?2) Назовите правила дифференцирования.3) Как найти производную элементарной функции?4) Как найти производную сложной функции?5) Как найти производную неявной функции?6) Как найти производную функции, заданной параметрически? | **Изучить и составить конспект, решить задание из конспекта****№1.****Найти производные функций:**$\left\{\begin{matrix}х=5^{t}\\y= -3t^{7}+4t\end{matrix}\right. $ $\left\{\begin{matrix}х=tgt\\y=log\_{4}t\end{matrix}\right.$ |
| Группа | 2ТЭМ | Развивающая | Развивать логическое и пространственное мышление. |
| Пара | IV | Воспитательная | Воспитывать любознательность и самостоятельность. |
| № занят. | 22 |

Подтвердите своё присутствие на занятии. Составьте конспект в соответствии с требованиями. Фото конспекта отправьте на почту **elenabragina7@gmail.com** до 02.11.21 включительно. Работа должна быть выполнена в рамках рабочего времени, отведенного на занятие по математике. **Чтобы все формулы и символы открылись, необходимо файл скачать на рабочий стол.**

**02.11**

**Понятие производной и техника дифференцирования.**

**1) Актуализация опорных знаний (интеграция с ОДП.01Математика). Повторим, обобщим и систематизируем понятие производной (записать в конспект выделенное).**

**Рассмотрим функцию  (синий график), которая**[**определена**](http://mathprofi.ru/oblast_opredeleniya.html)**и непрерывна на некотором интервале, произвольную точку , принадлежащую данному интервалу, и соответствующее значение :
**

**Определение: производной функции в точке  называется предел отношения приращения функции  к вызвавшему его приращению аргумента  в этой точке при . Или коротко:
**

**Если данный предел конечен, то функция  является дифференцируемой в точке .**

**Функция дифференцируема на интервале, если она дифференцируема в каждой точке этого интервала.**

К появлению понятия производной может привести решение некоторых практических задач.

Самыми известными среди них является задача о построении касательной к графику функциив точке , которую решил Готфрид Лейбниц, и задача о нахождении скорости материальной точки при прямолинейном и равномерном движении, которую решил Исаак Ньютон.

В общем, **производная - это скорость изменения любого процесса.**

Для функции производную будем обозначать у' или f '(x).

**2)** **Актуализация опорных знаний (интеграция с ОДП.01Математика). Обобщим и закрепим умения и навыки вычисления производной элементарной функции (записать в конспект).**

Производную элементарной функции можно найти, пользуясь определением производной. Но это слишком сложное и трудоёмкое решение.

Поэтому для вычисления производной мы будем применять в начале правила дифференцирования:

|  |
| --- |
| 1.  |
| 2.  |
| 3.  |
| 4.  |
| 5.  |

а затем таблицу производных элементарных функций:

|  |  |
| --- | --- |
| 1.  | 12.  |
| 2.  | 13.  |
| 3.  | 14.  |
| 4.  | 15.  |
| 5. ($\sqrt{x}$)' = $\frac{1}{2\sqrt{x}}$ | 16.  |
| 6.  | 17.  |
| 7.  | 18.  |
| 8.  | 19.  |
| 9.  | 20.  |
| 10.  | 21.  |
| 11.  | 22.  |

Пример 1. Вычислить производные элементарных функций:

1. Найти производную функции 

Смотрим в таблицу производных. Производная косинуса там есть, но у нас .

Решаем:



Самое время использовать правило 1, выносим постоянный множитель за знак производной:



А теперь по таблице:



Ну и результат желательно немного «причесать» – ставим минус на первое место, заодно избавляясь от скобок:

.

2. Найти производную функции 

Здесь у нас произведение двух функций, зависящих от .
Сначала применяем 3 правило, а затем таблицу производных:

****

3. Найти производную функции 

В данной функции содержится сумма  и произведение двух функций –  квадратного трехчлена   и логарифма . Со школы мы помним, что умножение и деление имеют приоритет перед сложением и вычитанием.

Здесь всё так же. **СНАЧАЛА** мы используем правило дифференцирования произведения 3:



Теперь для скобки  используем два первых правила:



В результате применения правил дифференцирования под штрихами у нас остались только элементарные функции, по таблице производных получаем:



**4. Найти производную функции **

Чего здесь только нет – сумма, разность, произведение, дробь…. С чего бы начать?! Есть сомнения, нет сомнений, но, **В ЛЮБОМ СЛУЧАЕ** для начала рисуем скобочки и справа вверху ставим штрих:



Теперь смотрим на выражение в скобках, как бы его упростить? В данном случае замечаем множитель, который согласно первому правилу целесообразно вынести за знак производной:



Заодно избавляемся от скобок в числителе, которые теперь не нужны.
Вообще говоря, постоянные множители при нахождении производной можно и не выносить, но в этом случае они будут «путаться под ногами», что загромождает и затрудняет решение.

Смотрим на наше выражение в скобках. У нас есть сложение, вычитание и деление. Со школы мы помним, что деление выполняется в первую очередь. И здесь – сначала применяем правило дифференцирования частного:



Таким образом, наша страшная производная свелась к производным двух простых выражений. Применяем первое и второе правило, здесь это сделаем устно, надеюсь, Вы уже немного освоились в производных:

****

3) **Актуализация опорных знаний (интеграция с ОДП.01Математика). Обобщим и закрепим умения и навыки вычисления производной сложной функции (записать в конспект).**

В начале вспомним, что **сложной функцией называется комбинация (суперпозиция) элементарных функций.**

Производная сложной функции равна произведению её элементарных вложений, начиная с внешнего.

Пример 2.

1. Найти производную функции 

Как всегда записываем:


Разбираемся, где у нас внешняя функция, а где внутренняя. Для этого пробуем (мысленно или на черновике) вычислить значение выражения  при . Что нужно выполнить в первую очередь? В первую очередь нужно сосчитать чему равно основание: , значит, многочлен  – и есть внутренняя функция:

И, только потом выполняется возведение в степень , следовательно, степенная функция – это внешняя функция:

Согласно формуле , сначала нужно найти производную от внешней функции, в данном случае, от степени. Разыскиваем в таблице нужную формулу: . Повторяем еще раз: **любой табличный шаблон справедлив не только для «икс», но и для любой дифференцируемой функции**. Таким образом, результат применения правила дифференцирования сложной функции   следующий:



Снова подчеркиваю, что когда мы берем производную от внешней функции , внутренняя функция  у нас не меняется:

Теперь осталось найти совсем простую производную от внутренней функции и немного «причесать» результат:



 2. Найти производную функции 



б) Найти производную функции 



**4) Изучение нового материала. Рассмотрим технику дифференцирования неявной функции (записать в конспект).**

Рассмотрим другую функцию:  , которая задана неявно.

Здесь переменные  и  расположены «вперемешку». Причем **никакими способами невозможно** выразить «игрек» только через «икс».

В курсе математического анализа доказано, что неявная функция **существует** (однако не всегда), у неё есть график (точно так же, как и у «нормальной» функции). У неявной функции точно так же **существует** первая производная, вторая производная и т.д.

Все правила дифференцирования, таблица производных элементарных функций остаются в силе. Разница в одном своеобразном моменте, который мы рассмотрим прямо сейчас.

**Пример 3.**

Найти производную от функции, заданной неявно 

1) На первом этапе навешиваем штрихи на обе части:


2) Используем правила дифференцирования:


3) Непосредственное дифференцирование.
Как дифференцировать  и  совершенно понятно. Что делать там, где под штрихами есть «игреки»?

 – просто до безобразия, производная от функции равна её производной: .

Как дифференцировать 
Здесь у нас **сложная функция**. Почему? Вроде бы под синусом всего одна буква «игрек». Но, дело в том, что всего одна буква «игрек» – **САМА ПО СЕБЕ ЯВЛЯЕТСЯ ФУНКЦИЕЙ**. Таким образом, синус – внешняя функция,  – внутренняя функция. Используем правило дифференцирования сложной функции :



Произведение дифференцируем по обычному правилу :



Обратите внимание, что  – тоже сложная функция, **любой «игрек с наворотами» – сложная функция**:



Само оформление решения должно выглядеть примерно так:


Если есть скобки, то раскрываем их:


4) В левой части собираем слагаемые, в которых есть «игрек» со штрихом. В правую часть – переносим всё остальное:


5) В левой части выносим производную  за скобки:



6) И по правилу пропорции сбрасываем эти скобки в знаменатель правой части:



**5)** **Изучение нового материала. Рассмотрим технику дифференцирования функции заданной параметрически (записать в конспект).**

Если функция y = f(x) задана параметрически в виде $\left\{\begin{matrix}х=х(t)\\y=y(t)\end{matrix}\right.$ , то её производная находится по формуле $\frac{у'\_{t}}{x'\_{t}}$

**Пример 4.**

Найти производную функции $\left\{\begin{matrix}х=4t^{5}-3t^{6 }+5\\y=4\cos(x+2\sin(x))\end{matrix}\right.$.

Найдём производные функций$ х(t)$ и $y(t)$ по переменной t отдельно:

$х'(t)$ = $\left(4t^{5}-3t^{6 }+5\right)'$ = 20$t^{4}$ - $18t^{5 }$, (производная разности равна разности производных,4 умножили на 5 и понизили степень на 1 по формуле производной степенной функции, минус переписали, 3 умножили на 6 и понизили степень на 1, производная числа равна о).

$y'(t)$ =( $4\cos(x+2\sin(x))$)' = 4∙(-$\sin(x)$) +2∙$\cos(х)$ (производная суммы равна сумме производных, 4 переписали и умножили на производную косинуса по таблице, плюс переписали, 2 переписали и умножили на производную синуса по таблице) = - 4∙$\sin(x)$ +2∙$\cos(х)$.

Теперь найдём производную всей функции по формуле:

$\frac{у'\_{t}}{x'\_{t}}$ = $\frac{20t^{4} - 18t^{5 }}{- 4∙\sin(x) +2∙\cos(х)}$ . Ничего не упрощается. Это ответ.

**6) Закрепление изученного материала. Решить самостоятельно (записать в конспект).**

Найти производные функций:

$\left\{\begin{matrix}х=2t^{3}+2t\\y=3\cos(x)\end{matrix}\right.$ $\left\{\begin{matrix}х=е^{t}\\y=\sqrt{t}\end{matrix}\right. $ $ \left\{\begin{matrix}х=2^{t}\\y=log\_{3}t\end{matrix}\right.$

**7) Домашнее задание: изучить и составить конспект, решить задание:**

**№1.**

**Найти производные функций:**

$\left\{\begin{matrix}х=5^{t}\\y= -3t^{7}+4t\end{matrix}\right. $ $\left\{\begin{matrix}х=tgt\\y=log\_{4}t\end{matrix}\right.$